



Πανεπιστήμιο Κύπρου
Τμήμα Μαθηματικών
και Στατιστικής

ΜΑΣ 471/671 - ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΝΗΘΩΝ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

ΠΡΩΤΗ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ

24 Φεβρουαρίου 2012

Εαρινό Εξάμηνο 2011-12

ΟΝΟΜΑ :

Άσκηση	1	2	Βαθμός
Μονάδες	12	13	25

1. Δίδονται τα προβλήματα αρχικών τιμών

Πρόβλημα Α :

$$y_{n+1} - \sqrt{2} y_n + y_{n-1} = 1, \quad y_0 = \alpha_1, \quad y_1 = \beta_1.$$

Πρόβλημα Β:

$$20 y_{n+1} - 201 y_n + 10 y_{n-1} = 171, \quad y_0 = \alpha_2, \quad y_1 = \beta_2.$$

- (i) Να βρεθούν οι λύσεις των ανωτέρω προβλημάτων αρχικών τιμών.
- (ii) Να διερευνηθεί η ευστάθειά τους.
- (iii) Στην περίπτωση που τα προβλήματα είναι ασταθή, να επαναδιατυπωθούν σαν προβλήματα συνοριακών τιμών και να διερευνηθεί η ευστάθειά τους.

2. Θεωρούμε το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$y' = -200 y, \quad y(0) = 1 \quad \text{στο διάστημα } [0, 1].$$

Για το ανωτέρω πρόβλημα, να υπολογισθούν τα ακόλουθα στο σημείο $x_2 = 2h$ (σαν συναρτήσεις του h), για τις τρεις μεθόδους (Άμεση Euler, Έμμεση Euler, Μέθοδος του κανόνα του τραπεζίου):

- (i) Οι προσεγγιστικές λύσεις Y_2 .
- (ii) Τα αντίστοιχα σφάλματα e_2 . Να εξετασθεί η συμπεριφορά των σφαλμάτων αυτών όταν το $h \rightarrow 0$.
- (iii) Τα αντίστοιχα τοπικά σφάλματα αποκοπής τ_2 .

Επίσης, να υπολογισθούν οι τιμές του h για τις οποίες οι τρεις μέθοδοι είναι ευσταθείς.