



Πανεπιστήμιο Κύπρου
Τμήμα Μαθηματικών
και Στατιστικής

ΜΑΣ 471 - ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΝΗΘΩΝ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

ΔΕΥΤΕΡΗ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ

11 Απριλίου 2014

Εαρινό Εξάμηνο 2013-14

ΟΝΟΜΑ :

Άσκηση	1	2	3	Βαθμός
Μονάδες				

1. Θεωρούμε τη μέθοδο Runge-Kutta

(Μονάδες 9)

$$\begin{aligned}k_1 &= hf(x_n, Y_n) \\k_2 &= hf\left(x_n + \frac{3}{4}h, Y_n + \frac{3}{4}k_1\right) \\Y_{n+1} &= Y_n + \frac{1}{3}(k_1 + 2k_2)\end{aligned}$$

για την επίλυση του προβλήματος αρχικών τιμών $y' = f(x, y)$, $y(a) = y_0$.

- (i) Να βρεθεί το τοπικό σφάλμα αποκοπής της μεθόδου.
- (ii) Να διερευνηθεί η ευστάθεια της ανωτέρω μεθόδου σε σχέση με την εξίσωση $y' = \lambda y$, $\lambda < 0$.
- (iii) Θεωρούμε την ανωτέρω μέθοδο για την επίλυση του προβλήματος αρχικών τιμών $y' = x + 1$, $y(0) = 0$. Εξετάζοντας το αντίστοιχο πρόβλημα αρχικών τιμών για εξισώσεις διαφορών, να βρεθεί το σφάλμα στα σημεία του πλέγματος $x_n = nh$.

2. Να κατασκευασθεί η διβηματική μέθοδος Adams-Moulton.

(Μονάδες 8)

Να εξετασθεί κατά πόσον η μέθοδος είναι συνεπής και μηδέν ευσταθής. Επίσης να διερευνηθεί η ευστάθειά της σε σχέση με την εξίσωση $y' = \lambda y$, $\lambda < 0$.

3. Να βρεθεί η ακριβέστερη διβηματική μέθοδος της μορφής

(Μονάδες 8)

$$Y_{n+1} + \alpha Y_n = h \left\{ \beta f(x_{n+1}, Y_{n+1}) + \frac{3}{8}f(x_n, Y_n) + \gamma f(x_{n-1}, Y_{n-1}) \right\}.$$

Ποιό είναι το τοπικό σφάλμα αποκοπής; Εξετάστε την ευστάθεια της μεθόδου που κατασκευάσατε σε σχέση με την εξίσωση $y' = \lambda y$, $\lambda < 0$.

Πώς συγκρίνεται η πιο πάνω μέθοδος με την διβηματική μέθοδο Adams-Moulton;