



Πανεπιστήμιο Κύπρου
Τμήμα Μαθηματικών
και Στατιστικής

ΜΑΣ 471 - ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΝΗΘΩΝ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

ΠΡΩΤΗ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ

26 Φεβρουαρίου 2018

Εαρινό Εξάμηνο 2017-18

ΟΝΟΜΑ :

| | | | | |
|---------|---|---|---|--------|
| Άσκηση | 1 | 2 | 3 | Βαθμός |
| Μονάδες | | | | |

1. Να βρεθεί η λύση του προβλήματος αρχικών τιμών

(7 Μονάδες)

$$y_{n+1} - \sqrt{2}y_n + y_{n-1} = 1, \quad y_0 = 0, \quad y_1 = 1/2.$$

Ακολουθώς να υπολογισθούν τα $y_{800}, y_{801}, y_{802}$ και y_{803} .

2. Να μελετηθεί η ευστάθεια του προβλήματος αρχικών τιμών

(7 Μονάδες)

$$y_{n+1} - 2y_n - 2y_{n-1} = 0, \quad y_0 = \alpha, \quad y_1 = \beta.$$

Εάν $\alpha = 1 + \sqrt{3}$, για ποία τιμή του β το πρόβλημα είναι ασταθές;

3. Θεωρούμε το πρόβλημα αρχικών τιμών

(11 Μονάδες)

$$y' = \frac{x^2 + y}{x + 1}, \quad y(0) = -1 \quad \text{στο διάστημα } [0, 1].$$

(i) Να βρεθεί η λύση του ανωτέρω προβλήματος.

(ii) Για το ανωτέρω πρόβλημα, να υπολογισθούν τα ακόλουθα στο σημείο $x_1 = h$, για τις τρεις μεθόδους (άμεση Euler, έμμεση Euler, μέθοδος του κανόνα του τραπεζίου):

(α') Οι προσεγγιστικές λύσεις Y_1 (σαν συναρτήσεις του h).

(β') Τα αντίστοιχα σφάλματα $e_1 = y(x_1) - Y_1$ για $h = 1/10$ με ακρίβεια τεσσάρων δεκαδικών ψηφίων.