



Πανεπιστήμιο Κύπρου  
Τμήμα Μαθηματικών  
και Στατιστικής

**ΜΑΣ 471 - ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΝΗΘΩΝ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ**

ΔΕΥΤΕΡΗ ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ

26 Απριλίου 2018

Εαρινό Εξάμηνο 2017-18

ΟΝΟΜΑ :

Άσκηση	1	2	3	Βαθμός
Μονάδες				

1. Θεωρούμε τη μέθοδο Runge-Kutta

(Μονάδες 12)

$$\begin{aligned}k_1 &= hf(x_n, Y_n) \\k_2 &= hf(x_n + \frac{2}{3}h, Y_n + \frac{2}{3}k_1) \\Y_{n+1} &= Y_n + \frac{1}{4}(k_1 + 3k_2)\end{aligned}$$

για την επίλυση του προβλήματος αρχικών τιμών  $y' = f(x, y)$ ,  $y(a) = y_0$ .

- (i) Να βρεθεί το τοπικό σφάλμα αποκοπής της μεθόδου.
- (ii) Βρίσκοντας φράγμα για το ολικό σφάλμα να διερευνηθεί η σύγκλιση της ανωτέρω μεθόδου.
- (iii) Να διερευνηθεί η ευστάθεια της ανωτέρω μεθόδου σε σχέση με την εξίσωση  $y' = \lambda y$ ,  $\lambda < 0$ .
- (iv) Θεωρούμε την ανωτέρω μέθοδο για την επίλυση του προβλήματος αρχικών τιμών  $y' = 3x^2$ ,  $y(0) = 0$ . Να υπολογισθεί: (α) η προσεγγιστική λύση  $Y_1$  (σαν συνάρτηση του  $h$ ) και (β) το αντίστοιχο σφάλμα  $e_1 = y(x_1) - Y_1$  για  $h = 1/10$  με ακρίβεια τεσσάρων δεκαδικών ψηφίων.

2. Να κατασκευασθεί η ακριβέστερη άμεση διβηματική μέθοδος.

(Μονάδες 7)

- (i) Ποιά είναι η τάξη της μεθόδου;
- (ii) Ποιό είναι το τοπικό σφάλμα αποκοπής;
- (iii) Να εξετασθεί κατά πόσον η μέθοδος είναι μηδέν ευσταθής.

3. Να κατασκευασθεί η μέθοδος Adams-Bashforth τεσσάρων βημάτων και να βρεθεί η τάξη της.

(Μονάδες 6)

Να εξετασθεί κατά πόσον η μέθοδος είναι συνεπής και μηδέν ευσταθής.