

ΑΣΚΗΣΕΙΣ 3

3.1 Ένα σύρμα μήκους a που είναι σε σχήμα ευθείας γραμμής περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο. Μια χάντρα τοποθετείται στο μέσο του σύρματος και αφήνεται ελεύθερη. Αν η τριβή είναι αμελητέα και το σύρμα περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο, να προσδιοριστεί η θέση της χάντρας σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Να βρεθεί η ταχύτητα της χάντρας όταν φτάσει στο άκρο του σύρματος.

3.2 Μια βόμβα μάζας m αφήνεται να πέσει από ακίνητο ελιπόπτερο το οποίο βρίσκεται σε ύψος που είναι πολύ μικρό σε σύγκριση με την ακτίνα της Γης. Να βρεθεί η μετατόπιση της βόμβας προς την ανατολή όταν κτυπήσει το έδαφος.

3.3 Ένα σωματίδιο αφήνεται να πέσει από ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης. Να δειχθεί ότι το σωματίδιο έχει οριζόντια μετατόπιση ίση με

$$\frac{1}{3} \left(\frac{8h^3}{g} \right)^{\frac{1}{2}} \omega \cos \lambda$$

όπου λ είναι το γεωγραφικό πλάτος.

3.4 Μια πέτρα ρίχνεται μέσα σε ένα δωμάτιο το οποίο περιστρέφεται γύρω από κεντρικό κάθετο άξονα Oz με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω . Οι άξονες Ox και Oy βρίσκονται στο επίπεδο του πατώματος του δωματίου. Να δειχθεί ότι οι εξισώσεις κίνησης της πέτρας ως προς τους περιστρεφόμενους άξονες είναι

$$\ddot{x} - 2\omega\dot{y} - \omega^2 x = 0$$

$$\ddot{y} + 2\omega\dot{x} - \omega^2 y = 0$$

$$\ddot{z} = -g$$

Να δειχθεί ότι

$$\ddot{\eta} + 2i\omega\dot{\eta} - \omega^2 \eta = 0$$

όπου $\eta = x + iy$.

Στη συνέχεια να βρεθεί η εξίσωση της τροχιάς της πέτρας στην μορφή $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ ως προς το σύστημα $Oxyz$, αν ρίχνεται από το σημείο $(a, 0, h)$ με ταχύτητα $(V \cos \beta, 0, V \sin \beta)$ ως προς το περιστρεφόμενο δωμάτιο.

3.5 Ένα σωματίδιο εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα v . Να δειχθεί ότι όταν επιστρέψει στο έδαφος υπάρχει μετατόπιση ίση με

$$\frac{4\omega v^3 \cos \lambda}{3g^2},$$

όπου λ είναι το γεωγραφικό πλάτος.