

## ΕΞΕΤΑΣΗ 1 - 29/9/2018

---

1. Να δειχθεί ότι  $\ddot{x} = \dot{x} \frac{d\dot{x}}{dx}$ .

Ένας αλεξιπτωιστής μάζας  $m$  αφήνεται να πέσει ελεύθερα και μετά από χρόνο ίσο με  $\frac{m}{2k}$ , όπου  $k$  είναι θετική σταθερά, ανοίγει το αλεξίπτωτό του. Όταν ανοίξει το αλεξίπτωτό του ασκείται πάνω του μια δύναμη ίση με  $kv$ , όπου  $v$  είναι η στιγμιαία ταχύτητα. Να βρεθεί η ολική απόσταση που κάλυψε ο αλεξιπτωιστής όταν έχει ταχύτητα ίση με  $\frac{3mg}{4k}$ .

2. Ένα σωματίδιο εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα  $u$  και με γωνία  $\theta$  με το οριζόντιο επίπεδο. Να βρεθούν:

- (i) Η ταχύτητα και το διάνυσμα θέσης σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή.
- (ii) Ο χρόνος που χρειάζεται για να φθάσει το σωματίδιο στο μέγιστο ύψος.
- (iii) Το μέγιστο ύψος.
- (iv) Ο χρόνος που χρειάζεται για να επιστρέψει στο έδαφος.
- (v) Το βεληνεκές.
- (vi) Η εξίσωση της τροχιάς του σωματιδίου.

3. Να διατυπωθεί ο νόμος του Hooke και με τη χρήση του να αποδειχθεί ο τύπος για την ελαστική δυναμική ενέργεια ενός ελαστικού σπάγκου.

Ένας ελαστικός σπάγκος με φυσικό μήκος  $a$  και ελαστική σταθερά  $k$ , έχει το ένα άκρο δεμένο στο σταθερό σημείο A και στο άλλο άκρο υπάρχει σωματίδιο μάζας  $m$ . Το σωματίδιο αφήνεται να πέσει από το σημείο A. Το χαμηλότερο σημείο, B, που φθάνει το σωματίδιο είναι σε απόσταση  $3a$  από το A.

- (i) Χρησιμοποιώντας την αρχή της διατήρησης της ενέργειας, ή διαφορετικά, να δειχθεί ότι  $k = \frac{3mg}{2}$ .
- (ii) Να βρεθεί το μέτρο και η κατεύθυνση της επιτάχυνσης του σωματιδίου στο σημείο B.
- (iii) Να βρεθεί η ταχύτητα του σωματιδίου όταν επιτάχυνση έχει μέτρο ίσο με  $\frac{g}{2}$ .

4. Ένα σωματίδιο κινείται σε απλή αρμονική κίνηση με πλάτος  $2 m$  και περίοδο  $12 sec$ . Να υπολογιστεί η μέγιστη ταχύτητα του σωματιδίου. Αρχικά το σωματίδιο κινείται με τη μέγιστη ταχύτητα. Να δειχθεί ότι η απόσταση που κάλυψε το σωματίδιο μέχρι που ταχύτητα γίνει η μισή της μέγιστης είναι  $\sqrt{3} m$  και να βρεθεί ο χρόνος που χρειάστηκε για να καλυφθεί αυτή η απόσταση.