

ΕΞΕΤΑΣΗ 1 - 17/2/2021

1. Να διατυπωθεί ο δεύτερος νόμος του Newton.

Να δειχθεί ότι $\ddot{x} = \dot{x} \frac{d\dot{x}}{dx}$.

Ένα σωματίδιο μάζας m εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω. Κατά την κίνηση του σωματιδίου ασκείται πάνω του μια αντίσταση που είναι ίση με kmv^2 , όπου v είναι η στιγμιαία ταχύτητα του σωματιδίου και k είναι θετική σταθερά. Αν u είναι η ταχύτητα εκτόξευσης, να βρεθούν:

- το μέγιστο ύψος που θα φθάσει το σωματίδιο πάνω από το σημείο εκτόξευσης,
- η ταχύτητα του σωματιδίου με την οποία επιστρέφει στο σημείο εκτόξευσης.

2. Δύο σωματίδια A και B της ίδιας μάζας βρίσκονται πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $\frac{\pi}{6}$ και η απόσταση μεταξύ τους είναι ίση με a . Το A βρίσκεται στα δεξιά του B και πιο ψηλά. Τα δύο σωματίδια εκτοξεύονται την ίδια χρονική στιγμή και το μέτρο των ταχυτήτων τους είναι ίσο με \sqrt{ga} . Το A εκτοξεύεται οριζόντια προς τα αριστερά και το B εκτοξεύεται με γωνία $\frac{\pi}{3}$ με την οριζόντια προς τα δεξιά. Να δειχθεί ότι τα σωματίδια συγκρούονται. Να βρεθεί η ταχύτητά τους τη χρονική στιγμή που συγκρούονται.

3. Να διατυπωθεί ο νόμος του Hooke και με τη χρήση του να αποδειχθεί ο τύπος για την ελαστική δυναμική ενέργεια ενός ελαστικού σπάγκου.

Ένας ελαστικός σπάγκος με φυσικό μήκος a και ελαστική σταθερά $\frac{12mg}{a}$, έχει το ένα άκρο του στερεωμένο στο σταθερό σημείο A και στο άλλο άκρο έχει ένα σωματίδιο μάζας m που βρίσκεται σε ισορροπία κατακόρυφα κάτω από το A . Το σωματίδιο μετακινείται σε απόσταση h προς τα κάτω από το σημείο ισορροπίας και αφήνεται ελεύθερο. Αν το σωματίδιο μόλις φθάσει στο σημείο A , να βρεθεί η απόσταση h . Επίσης να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα του σωματιδίου.

4. Σωματίδιο μάζας m βρίσκεται στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου με φυσικό μήκος a και σταθερά ίση με $2mk^2$, όπου k είναι θετική σταθερά. Το σωματίδιο εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητα u από τη θέση ισορροπίας. Στο σωματίδιο ασκείται δύναμη απόσβεσης ίση με $2mkv$, όπου v είναι η στιγμιαία ταχύτητα. Να δειχθεί ότι η κίνηση του σωματιδίου περιγράφεται από διαφορική εξίσωση της μορφής

$$\frac{d^2x}{dt^2} + k_1 \frac{dx}{dt} + k_2 x = 0,$$

όπου x είναι η απόσταση του σωματιδίου από τη θέση ισορροπίας και k_1, k_2 γνωστές σταθερές που εκφράζονται συναρτήσει του k . Στη συνέχεια, να βρεθούν:

- η απόσταση x ως συνάρτηση του χρόνου t
- ο χρόνος που χρειάστηκε για να φθάσει το σωματίδιο σε ηρεμία για πρώτη φορά.