

ΕΞΕΤΑΣΗ 1 - 5/10/2022

1. Να διατυπωθεί ο δεύτερος νόμος του Newton.

Να δειχθεί ότι $\ddot{x} = \dot{x} \frac{d\dot{x}}{dx}$.

Ένα σωματίδιο μάζας m εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω. Κατά την κίνηση του σωματιδίου ασκείται πάνω του μια αντίσταση που είναι ίση με mv , όπου v είναι η στιγμιαία ταχύτητα του σωματιδίου. Αν u είναι η ταχύτητα εκτόξευσης, να βρεθούν:

- (i) το μέγιστο ύψος που θα φθάσει το σωματίδιο πάνω από το σημείο εκτόξευσης,
- (ii) ο χρόνος που χρειάστηκε για να φθάσει στο μέγιστο ύψος.

2. Σωματίδιο Α εκτοξεύεται από το σημείο Ο στο έδαφος με αρχική ταχύτητα u που σχηματίζει γωνία θ με το οριζόντιο επίπεδο. Την ίδια χρονική στιγμή, σωματίδιο Β εκτοξεύεται από σημείο $40m$ κατακόρυφα πάνω από το Ο με οριζόντια ταχύτητα ίση με $28ms^{-1}$. Τα δύο σωματίδια κτυπούν στο έδαφος στο σημείο Μ την ίδια χρονική στιγμή. Παίρνοντας $g = 9.8ms^{-2}$, να υπολογιστούν:

- (i) ο χρόνος που χρειάστηκε το σωματίδιο Β για να φθάσει στο έδαφος,
- (ii) η απόσταση του σημείου Μ από το Ο,
- (iii) η τιμή του u και της $\tan \theta$,
- (iv) οι γωνίες που σχηματίζουν οι ταχύτητες των δύο σωματιδίων με το οριζόντιο επίπεδο όταν κτυπήσουν στο έδαφος.

3. (α) Ένα σωματίδιο P εκτελεί απλή αρμονική κίνηση με κέντρο το O . Τη χρονική στιγμή t , το P βρίσκεται σε απόσταση x από το O , όπου x ικανοποιεί τη διαφορική εξίσωση

$$\ddot{x} + 9x = 0.$$

Αν το σωματίδιο ξεκινά από ηρεμία από το σημείο A , όπου $OA = a$, να βρεθούν

- (i) x συναρτήσει του t
- (ii) ο χρόνος που χρειάστηκε το σωματίδιο να μετακινηθεί από το A μέχρι το μέσο της OA .

(β) Να περιγραφεί η φθίνουσα αρμονική ταλάντωση.

Ένα σωματίδιο μάζας 1.5 kg που κρέμεται από ένα κατακόρυφο ελατήριο το επιμηκύνει κατά 0.4 m . Το σωματίδιο ωθείται προς τα κάτω κατά 1 m και αφήνεται ελεύθερο. Να βρεθεί η θέση του σωματιδίου για οποιαδήποτε χρονική στιγμή, αν η δύναμη απόσβεσης είναι ίση με 18.75 φορές τη στιγμιαία ταχύτητα.

4. Να διατυπωθεί ο νόμος του Hooke και με τη χρήση του να αποδειχθεί ο τύπος για την ελαστική δυναμική ενέργεια ενός ελαστικού σπάγκου.

Ένας ελαστικός σπάγκος με φυσικό μήκος a και ελαστική σταθερά k , έχει το ένα άκρο δεμένο στο σταθερό σημείο Α και στο άλλο άκρο υπάρχει σωματίδιο μάζας m . Όταν βρίσκεται σε ισορροπία η επιμήκυνση του ελαστικού σπάγκου είναι $\frac{1}{4}a$. Το σωματίδιο αφήνεται να πέσει από το σημείο Α. Να βρεθεί η μέγιστη επιμήκυνση του ελαστικού σπάγκου κατά τη διάρκεια της κίνησης.