

## Λύσεις ασκήσεων φροντιστηρίου 10<sup>ο</sup>

(1) Η τυχαία μεταβλητή  $X$  ακολουθεί την διωνυμική  $X \sim \text{Bin}(n=25, p)$   
 $p = \frac{1}{2}, \frac{6}{10}, \frac{8}{10}$

Ζητούμενο: Να υπολογιστούν οι παρακάτω πιθανότητες και να συγκριθούν με τους πίνακες της διωνυμικής.

Λύση:

$$(a) P(15 \leq x \leq 20)$$

$$(I) P = \frac{1}{2} \quad \mu = n.p = 12.5$$
$$\sigma = \sqrt{n.p.(1-p)} = \sqrt{6.25} = 2,5$$

$$\begin{aligned} \text{Προσέγγιση} &= P(x \leq 20) - P(x \leq 14) \\ &= \Phi\left(\frac{20+0,5-12,5}{2,5}\right) - \Phi\left(\frac{14+0,5-12,5}{2,5}\right) \\ &= 0,995 - 0,789 = 0,211 \end{aligned}$$

$$\text{Πίνακες: } 1 - 0,788 = 0,212$$

$$(II) p = \frac{6}{10}$$

$$\text{Προσέγγιση κανονικής: } 0,565$$

Πίνακες διωνυμικής : 0,577

$$(III) p = \frac{8}{10}$$

Προσέγγιση κανονικής : 0,596

Πίνακες διωνυμικής : 0,573

$$(\beta) P (x \leq 15)$$

$$(I) p = \frac{1}{2}$$

Προσέγγιση κανονικής :

$$= \Phi \left( \frac{15+0,5-12,5}{2,5} \right) = 0,885$$

Πίνακες διωνυμικής : 0,885

$$(II) p = \frac{6}{10}$$

Προσέγγιση κανονικής : 0,579

Πίνακες διωνυμικής : 0,575

$$(III) p = \frac{8}{10}$$

Προσέγγιση κανονικής : 0,012

Πίνακες διωνυμικής : 0,017

$$(γ) P(x \geq 20) = 1 - p(x \leq 19)$$

$$(I) \quad p = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Προσέγγιση κανονικής: } & 1 - \Phi\left(\frac{19+0,5-12,5}{2,5}\right) \\ & = 1 - 0,997 = 0,003 \end{aligned}$$

Πίνακες διωνυμικής : 0,002

$$(II) \quad p = \frac{6}{10}$$

Προσέγγιση κανονικής : 0,034

Πίνακες διωνυμικής : 0,029

$$(III) \quad p = \frac{8}{10}$$

Προσέγγιση κανονικής : 0,599

Πίνακες διωνυμικής : 0,617

(2) Έστω ότι 40% των οδηγών χρησιμοποιούν ζώνη .

Έστω τυχαίο δείγμα 500 οδηγών .

Ποιά η πιθανότητα να χρησιμοποιούν ζώνη λιγότερο απο 175 οδηγούς ;

Ποιά η πιθανότητα να χρησιμοποιούν ζώνη λιγότερο απο 150 οδηγούς ;

Λύση:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad P(x < 175) &= P(x \leq 174) = \\ &= \Phi\left(\frac{174 + 0,5 - 200}{10,95}\right) \\ &= 0,099 \end{aligned}$$

$$\mu = n \cdot p = 200$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{120} = 10,95$$

$$\text{(ii)} \quad P(x < 150) = P(x \leq 149) = \Phi(-4,6) = 0$$

(3) Έστω  $X_1, \dots, X_{100}$  τυχαίες μεταβλητές που συμβολίζουν το βάρος 100 τυχαία επιλεγμένων σάκων με λίπασμα.

(α) Αν το αναμενόμενο βάρος για κάθε σάκο είναι 50 και η διακύμανση 1, να υπολογιστεί η πιθανότητα

$$P(49.75 \leq \bar{x} \leq 50.25)$$

(β) Να γίνει το ίδιο αν το αναμενόμενο βάρος είναι 49,8

Λύση:

$$\text{(α)} \quad X_i \sim N(50, 1) \quad n = 100 \quad \bar{x} \sim N\left(50, \frac{1}{100}\right)$$

$$= P(49.75 \leq \bar{x} \leq 50.25)$$

$$= P \left( \frac{49.75-50}{0.1} \leq Z \leq \frac{50.25-50}{0.1} \right)$$

$$= \Phi(2,5) - \Phi(-2,5) = 0,987$$

$$(\beta) P (49.75 \leq \bar{X} \leq 49.8)$$

$$= P \left( \frac{49.75-49.8}{0.1} \leq Z \leq \frac{50.25-49.8}{0.1} \right)$$

$$= \Phi(4,5) - \Phi(-0,5) = 0,691$$