

Διάλεξη # 1

Δειγματικός Χώρος – Ενδεχόμενα

Ένα τυχαίο πείραμα είναι μια διαδικασία η οποία δίνει κάποιες παρατηρήσεις

Παράδειγμα: ρίψη ζαριού, ρίψη νομίσματος, επιλογή κάρτας από τράπουλα, μέτρηση βαθμολογίας.

Δειγματικός Χώρος ενός πειράματος (S) είναι εκείνο το σύνολο το οποίο περιέχει όλα τα δυνατά αποτελέσματα ενός πειράματος.

Παράδειγμα: ρίψη νομίσματος $S=\{Κ,Γ\}$

ρίψη ζαριού $S=\{1,2,3,4,5,6\}$

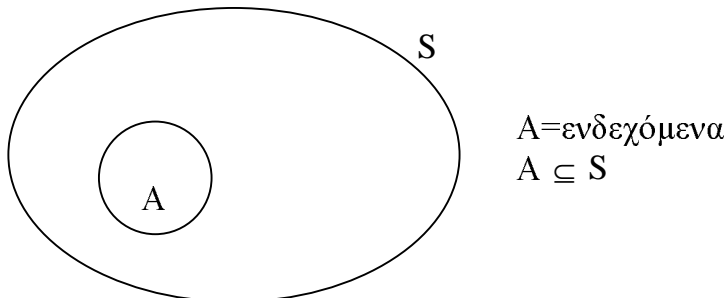
ρίψη 2 νομισμάτων $S=\{ΚΚ,ΚΓ,ΓΚ,ΓΓ\}$

ρίψη 3 νομισμάτων $S=\{ΚΚΚ,ΚΚΓ,ΚΓΓ,ΓΚΓ,ΓΓΚ,ΓΚΚ,ΓΚΓ,ΓΓΓ\}$

ρίψη 2 ζαριών $S=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),\dots,(6,6)\}$

ρίψη νομίσματος μέχρι τα πρώτα γράμματα $S=\{Γ,ΚΓ,ΚΚΓ,\dots\}$

Από τυχαίο πείραμα πήρα το δειγματικό χώρο S



Ονομάζουμε ενδεχόμενα το σύνολο εκείνο το οποίο αποτελείται από αποτελέσματα (σημεία) του S . Αν το ενδεχόμενο αποτελείται από ένα και μόνο ένα σημείο τότε λέγεται απλό αλλιώς ονομάζεται σύνθετο.

Παράδειγμα: ρίψη 2 νομισμάτων, το ενδεχόμενο {να έχω 2 Κ}= $\{ΚΚ\}$ ΑΠΛΟ

{να έχω 1 τουλάχιστον Κ}= $\{ΚΚΚΓ,ΓΚ\}$ ΣΥΝΘΕΤΟ

Παράδειγμα: 3 διαφορετικά αυτοκίνητα παίρνουμε μια έξοδο στον αυτοκινητόδρομο και στρίβουν είτε αριστερα είτε δεξιά

$S=\{ΑΑΑ, ΔΑΑ, ΑΔΑ, ΑΑΔ, ΑΔΔ, ΔΑΔ, ΔΔΑ, ΔΔΔ\}$

Τα ενδεχόμενα $E_1=\{ΑΑΑ\}$ και το $E_2=\{ΔΔΔ\}$ είναι απλά.

$A=\{\text{ακριβώς ένα στρίβει δεξιά}\}=\{ΔΑΑ, ΑΔΑ, ΑΑΔ\}$

$B=\{\text{τουλάχιστον ένα στρίβει αριστερά}\}=\{ΑΔΔ, ΔΑΔ, ΔΔΑ, ΔΑΑ, ΑΔΑ, ΑΑΔ, ΑΑΑ\}$

$\Gamma=\{\text{όλα στρίβουν στην ίδια κατεύθυνση}\}=\{ΑΑΑ, ΔΔΔ\}$

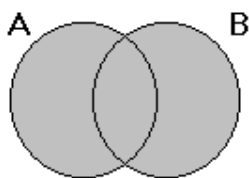
Παράδειγμα: ρίψεις νομίσματος μέχρι τα πρώτα Γ $S=\{Γ, ΚΓ, ΚΚΓ, ΚΚΚΓ,\dots\}$

$E_1=\{Γ\}$ $E_2=\{ΚΓ\}$ είναι απλά ενδεχόμενα.

$A=\{\text{το πολύ 3 ρίψεις μέχρι Γ}\}=\{Γ, ΚΓ, ΚΚΓ\}$

$B=\{\text{άρτιος αριθμός ρίψεων μέχρι Γ}\}=\{ΚΓ, ΚΚΚΓ, ΚΚΚΚΚΓ,\dots\}$

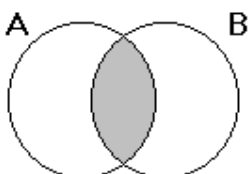
Αφού συζητάμε για ενδεχόμενα (σύνολα) πρέπει να μελετήσουμε



Ένωση

Η ένωση δύο ενδεχομένων, έστω A και B είναι εκείνο το ενδεχόμενο το οποίο έχει σαν στοιχείο του όλα τα στοιχεία του A και B.

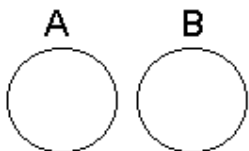
$$A \cup B \text{ (είτε, ή)}$$



Τομή

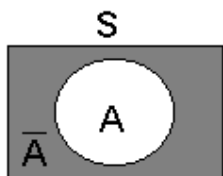
Η τομή δύο ενδεχομένων, έστω A και B είναι εκείνο το ενδεχόμενο το οποίο έχει σαν στοιχεία τα κοινά στοιχεία του A και B.

$$A \cap B \text{ (και)}$$



Δύο σύνολα είναι ξένα μεταξύ τους όταν η τομή τους είναι το κενό

$$A \cap B = \emptyset$$



Συμπλήρωμα

Το συμπλήρωμα ενός ενδεχομένου A είναι εκείνο το ενδεχόμενο το οποίο περιέχει όλα τα σημεία που δεν ανήκουν στο A.

Παράδειγμα: ρίψεις νομισμάτων μέχρι τα πρώτα Γ

$$A = \{\Gamma, \text{ΚΓ}, \text{ΚΚΓ}\}$$

$$B = \{\Gamma, \text{ΚΚΓ}, \text{ΚΚΚΚΓ}\}$$

$$A \cup B = \{\Gamma, \text{ΚΓ}, \text{ΚΚΓ}, \text{ΚΚΚΚΓ}\}$$

$$A \cap B = \{\Gamma, \text{ΚΚΓ}\}$$

$$\bar{A} = \{\text{ΚΚΚΓ}, \text{ΚΚΚΚΚΓ}, \dots\}$$

Η ένωση και η τομή συνόλων γενικεύεται και για παραπάνω από δυο ενδεχόμενα.

Παράδειγμα: Διαλέγουμε μια οικογένεια με 2 αμάξια και παρατηρούμε τον τόπο κατασκευής Ευρώπη (E), Αμερική (A), Ιαπωνία (I)

$$S = \{EE, EA, EI, AE, AA, AI, IE, IA, II\}$$

$$\bullet \{\text{ένα στην A και το άλλο I ή E}\} = \{EA, AE, AI, IA\}$$

$$\bullet \{\text{τουλάχιστον 1 στην I ή στην E}\} = \{EE, EA, EI, AE, IE, IA, II\}$$

Συμπλήρωμα της προηγούμενης είναι το $\{AA\}$ = απλό