Διάλεξη #24

Ασκήσεις επανάληψης

Άσκηση 1:

Οι τιμές συστολικής πίεσης δίνονται συνήθως στο πλησιέστερο πολλαπλάσιο του S (100,105,110,κ.ο.κ). Έστω οι παρακάτω 9 τυχαία επιλεγμένες τιμές συστολικής πίεσης: 118.6, 127.4, 138.4, 130.0, 113.7, 122, 108.3, 131.5, 133.2

α) Ποιά είναι η διάμεσος για τις τιμές που δίνονται συνήθως ;
110, 115, 120, 120, 125, 130, 130, 135, 140
Άρα η διάμεσος είναι 125

β) Ας υποθέσουμε ότι αντικαθιστούμε την τιμή 127.4 με 127.6. Ποιά είναι η διάμεσος;
Η διάμεσος τώρα είναι το 130.
Άρα η διάμεσος μεταβάλλεται απότομα με την στρογγυλοποίηση η ομαδοποίηση των τιμών.

Άσκηση 2:

Έστω ρίψη νομίσματος n=10 φορές. Ας υποθέσουμε ότι Κ είναι επιτυχία ενώ Γ είναι αποτυχία.
Το δείγμα μου είναι το παρακάτω:
Κ Κ Γ Κ Κ Κ Γ Γ Κ Κ

α) Ποιά είναι η τιμή του δειγματικού ποσοστού x/n ;
$$\frac{x}{n} = \frac{7}{10}$$

β) Έστω ότι Κ↔1 και Γ↔0. Ποιός είναι ο μέσος όρος για αυτά τα δεδομένα;
$\bar{x} = \frac{7}{10} =$ δειγματικό ποσοστό

γ) Έστω ότι ρίχνω το νόμισμα 15 ακόμα φορές. Πόσα Κ πρέπει να φέρω για να έχω $\frac{x}{n} = 0.80$ στο δείγμα των 25 ρίψεων;
$\frac{s}{n} = 0.80 \Rightarrow s = 20$ Συνεπώς 20-7=13

Άσκηση 3:

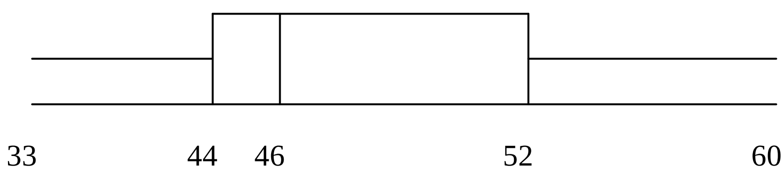
Έστω $a, b \in \Re$ και $\psi_i = ax_i + b$ για i = 1,….., n
Ποιά είναι η σχέση μεταξύ $\bar{x}$ και $\bar{\psi}$;

$$\overline{\psi} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(ax_i + b)}{n} = a\frac{\sum x_i}{n} + b = a\overline{x} + b$$

$$S^2{}_{\psi} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(\psi_i - \overline{\psi})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (ax_i + b - a\overline{x} - b)^2}{n-1} = a^2 S^2{}_x$$

<u>Άσκηση 4:</u>

Οι παρακάτω παρατηρήσεις συμβολίζουν τον αριθμό πελατών σε κάποιο τραπεζικό κατάστημα κατα τη διάρκεια μιας εργάσιμης ημέρας:
46 51 44 50 33 46 60 41 55 46 53 53 42 44 50 54 46 41 48
Δώστε ένα box- plot αυτών των δεδομένων:
Διάμεσος =46, $Q_1 = 44, Q_3 = 52, IQR = 52 - 44 = 8, \min = 33, \max = 60$



<u>Άσκηση 5:</u>

Υπάρχουν 40 φοιτητές σε μία εισαγωγική τάξη στατιστικής. Ο καθηγητής γνωρίζει ότι ο χρόνος που του παίρνει να βαθμολογήσει ένα γραπτό είναι τυχαία μεταβλητή με μέση τιμή 6 min και τυπική απόκλιση 6 min.

α) Αν η βαθμολογία γραπτών είναι ανεξάρτητη και ο καθηγητής ξεκινήσει την εργασία του στις 6.50, ποιά η πιθανότητα να τελειώσει πριν τις 11.00;

11.00-6.50=250 Min, $T = x_1 + ... + x_{40} =$ ολικός χρόνος διόρθωσης.

$$P(T \le 250) = P(\overline{x} \le 6.25) = P\left(\frac{\overline{x} - 6}{\frac{6}{\sqrt{40}}} \le \frac{6.25 - 6}{\frac{6}{\sqrt{40}}} \right) = P(Z \le 0.26) = 0.6026$$

β) Ποιά η πιθανότητα να τελειώσει μετά τις 11.10;

$$P(T > 260) = P(Z \ge 0.53) = 0.2981$$

Άσκηση 6:

Ένα δείγμα 50 γυαλιών ηλίου έδωσε ότι ο μέσος όρος πάχους των φακών είναι 3.05mm με τυπική απόκλιση (δειγματική) 0.34mm. Η κατασκευάστρια εταιρεία θέλει το μέσο πάχος να είναι 3.20mm. Να ελεγχθεί η υπόθεση $H_0 : \mu = 3.20$ προς $H_a : \mu \neq 3.20$ σε επίπεδο σημαντικότητας α=0.05

Αφού n>30, χρησιμοποιώ το κ.ο.θ. και απορρίπτω την H_0 αν

$Z \geq Z_{0.25} = 1.96$ ή $Z \leq -Z_{0.25} = -1.96$

Αλλά $Z = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\dfrac{s}{\sqrt{n}}} = \dfrac{3.05 - 3.20}{\dfrac{0.34}{\sqrt{50}}} = -3.12$

Άρα το δείγμα δεν υποστηρίζει τον στόχο της εταιρείας .

Άσκηση 7:

Για ένα δείγμα μεγέθους 16 απο την κανονική έχω ότι $\bar{x}$=2160 και S=30. Εστω ο έλεγχος $H_0 : \mu = 2150$ προς $H_a : \mu > 2150$

α) Η στατιστική συνάρτηση για τον παραπάνω έλεγχο είναι

$$t = \frac{(\bar{x} - 2150)}{\dfrac{30}{\sqrt{16}}} = 1.33$$

β) Αφου $t_{0.10,0.15} = 1.341 > 1.33 \Rightarrow p - value > 0.10$

γ)Αν το επίπεδο σημαντικότητας είναι α=5% η H_0 δεν μπορεί να απορριφθεί.

Άσκηση 8:

Η συχνότητα μιας αρρώστιας για τον ανδρικό πληθυσμό θεωρείται απο ιστορικές μελέτες ότι είναι $\frac{1}{80}$. Ενα τυχαίο δείγμα 600 ανδρών δείχνει ότι 12 απο αυτούς πάσχουν απο τη συγκεκριμένη αρρώστια.

α) Να ελεγθεί η υπόθεση $H_0 : p = \frac{1}{80}$ προς $H_a : p \neq \frac{1}{80}$ σε επίπεδο σημαντικότητας α=0.1%

Απορρίπτω αν $Z \geq 3.27$ ή $Z \leq -3.27$ αφού $Z_{0.0005} = 3.27$

$\hat{p} = \dfrac{12}{600} = 0.2, \dfrac{1}{80} = 0.0125$ και $\sqrt{\dfrac{(0.0125)(0.9875)}{600}} = 0.0045$

έχω $Z=\frac{(0.02-0.0125)}{0.0045}=1.65$ Άρα δεν απορρίπτω την H_0

β) Η p-value είναι $P(|Z|>1.65)=1-P(-1.65\le Z\le 1.65)=0.099$

Άσκηση 9:

Έστω μ_1 και μ_2 οι μέσες τιμές ζωής για δύο ελαστικά του ιδίου τύπου. Να ελεγθεί $H_0:\mu_1-\mu_2=0$ προς $H_a:\mu_1-\mu_2\neq 0$ σε α=0.05 με n=40, $\bar{x}=10500, S_1=2400, m=50, \bar{\psi}=13600, S_2=1900$

$$Z=\frac{\bar{x}-\bar{\psi}}{\sqrt{\frac{S_1{}^2}{n}+\frac{S_2{}^2}{m}}}=-\frac{3100}{464.9731}=-6.67$$

Απορρίπτω αν $Z\ge 1.96$ ή $Z\le -1.96$

Άρα απορρίπτω H_0

Άσκηση 10:

Βρείτε ένα 95% Δ.Ε. για το προηγούμενο παράδειγμα.

Έχω $\bar{x}-\bar{\psi}\pm(1.96)\sqrt{\frac{S_1{}^2}{n}+\frac{S_2{}^2}{m}}=3100\pm(1.96)(464.97)\to(-4011.347,-2188.653)$

Παρατηρώ ότι το Δ.Ε. είναι μεγάλο, συνέπεια του γεγονότος ότι S_1 και S_2 είναι μεγάλα.